

Aufzeigen der Akkumulation von EXCEL-Rechenfehlern

4/5*5*(1-4/5)=	0,8000000000000000	Eine einfache Formel liefert ein simples Ergebnis, das jederzeit im Kopf nachgerechnet werden kann
B1*5*(1-B1)=	0,8000000000000000	Auch hier ist die Berechnung leicht nachvollziehbar, der Ausgangswert multipliziert mit 5 ergibt 4, das wiederum multipliziert mit 0,2 ergibt wiederum 0,8, als ein erwartbares Ergebnis
B2*5*(1-B2)=	0,7999999999999999	An sich sollte es doch einfach sein, wir haben wieder den Ausgangswert 0,8 und erwarten als Ergebnis ebenfalls wieder 0,8. Aber es kommt anders, Excel fängt an falsch zu rechnen.
B3*5*(1-B3)=	0,8000000000000040	Man kann in dieser Tabelle gut nachvollziehen, dass man bei jedem Rechenschritt etwa eine halbe Ziffer an Genauigkeit verliert.
B4*5*(1-B4)=	0,7999999999999870	Normalerweise sollte man erwarten, dass der Rundungsfehler nur in der letzten Stelle existiert, aus der Tabelle geht jedoch hervor, dass der Fehler mit jedem Rechenschritt weiter in den signifikanten Bereich hinein wandert.
B5*5*(1-B5)=	0,8000000000000370	
B6*5*(1-B6)=	0,7999999999998880	
B7*5*(1-B7)=	0,8000000000003370	
B8*5*(1-B8)=	0,7999999999989890	
B9*5*(1-B9)=	0,8000000000030330	
B10*5*(1-B10)=	0,7999999999909000	
B11*5*(1-B11)=	0,8000000000272990	
B12*5*(1-B12)=	0,7999999999181040	
B13*5*(1-B13)=	0,8000000002456880	Je nachdem, wie man Excel anweist zu runden, erreichen die akkumulierten Rechenfehler früher oder später den sichtbaren Bereich. Wenn man auf 8 Nachkommastellen rundet, dann wird der Rechenfehler ab dem 14ten Schritt sichtbar.
B14*5*(1-B14)=	0,7999999992629370	
B15*5*(1-B15)=	0,8000000022111890	
B16*5*(1-B16)=	0,7999999933664340	
B17*5*(1-B17)=	0,8000000199006980	
B18*5*(1-B18)=	0,7999999402979030	
B19*5*(1-B19)=	0,8000001791062740	
B20*5*(1-B20)=	0,7999994626810190	
B21*5*(1-B21)=	0,8000016119555000	
B22*5*(1-B22)=	0,7999951641205090	
B23*5*(1-B23)=	0,8000145075215430	
B24*5*(1-B24)=	0,7999564763830290	
B25*5*(1-B25)=	0,8001305613793870	
B26*5*(1-B26)=	0,7996082306304690	
B27*5*(1-B27)=	0,8011745406923990	
B28*5*(1-B28)=	0,7964694801936130	
B29*5*(1-B29)=	0,8105292365686460	Auf zwei Nachkommastellen gerundet wird der Rechenfehler nach spätestens 30 Schritten sichtbar.
B30*5*(1-B30)=	0,7678579661804700	Wenn man von Geldbeträgen reden, dann verliert (oder gewinnt) man ab hier einzelne Cents
B31*5*(1-B31)=	0,8912605497683120	
B32*5*(1-B32)=	0,4845759109749900	
B33*5*(1-B33)=	1,2488104873887400	Hier sind wir schon im Eurobereich
B34*5*(1-B34)=	-1,5535857301168300	
B35*5*(1-B35)=	-19,8360717546974000	Man kann das ganze beliebig fortführen, der Quatsch wird immer "quetscher"
B36*5*(1-B36)=	-2066,5290720610200000	
B37*5*(1-B37)=	-21363044,6737271000000000	

Jetzt kann man natürlich argumentieren, dass der Fehler ja erst sehr spät auftritt und man bei den eigenen Berechnungen niemals so kleine Zahlen verwendet. Tatsächlich ist der Fehler jedoch nicht von der Anzahl der Rechenschritte abhängig, sondern von der Anzahl der verwendeten Ziffern in einer Berechnung, also der sog. Mantissenbreite.

Um das aufzuzeigen, modifizieren wir unsere anfängliche Formel und addieren einen Offset, also eine Konstante, die die Zahl einfach größer werden lässt:

Offset=	1234567,8900000000000000	Das ist ja noch ein recht kleiner Offset, in Euro gerechnet bewegen wir uns im Millionenbereich mit einer Cent-Genauigkeit
4/5*5*(1-4/5)+Offset=	1234568,6900000000000000	Soweit so gut, das Ergebnis ist zu erwarten, es entspricht unserem Offset + 0,8
(B46-Offset)*5*(1-(B46-Offset))=	1234568,6900000000000000	Die Ergebnisse sehen richtig aus, aber subtrahieren sie mal zusätzlich den Offset, es sollte 0,8 rauskommen, aber das Ergebnis ist:
(B47-Offset)*5*(1-(B47-Offset))=	1234568,6900000000000000	
(B48-Offset)*5*(1-(B48-Offset))=	1234568,6900000000000000	
(B49-Offset)*5*(1-(B49-Offset))=	1234568,6900000000000000	
(B50-Offset)*5*(1-(B50-Offset))=	1234568,6899999900000000	
(B51-Offset)*5*(1-(B51-Offset))=	1234568,6900000400000000	
(B52-Offset)*5*(1-(B52-Offset))=	1234568,6899998700000000	
(B53-Offset)*5*(1-(B53-Offset))=	1234568,6900003800000000	
(B54-Offset)*5*(1-(B54-Offset))=	1234568,6899985000000000	
(B55-Offset)*5*(1-(B55-Offset))=	1234568,6900034400000000	
(B56-Offset)*5*(1-(B56-Offset))=	1234568,6899896900000000	
(B57-Offset)*5*(1-(B57-Offset))=	1234568,6900309300000000	
(B58-Offset)*5*(1-(B58-Offset))=	1234568,6899071900000000	
(B59-Offset)*5*(1-(B59-Offset))=	1234568,6902783700000000	
(B60-Offset)*5*(1-(B60-Offset))=	1234568,6891645000000000	
(B61-Offset)*5*(1-(B61-Offset))=	1234568,6925030200000000	
(B62-Offset)*5*(1-(B62-Offset))=	1234568,6824596100000000	Ab hier ist es falsch, wenn wir mit einstelligen Millionenbeträgen rechnen
(B63-Offset)*5*(1-(B63-Offset))=	1234568,7123368800000000	

0,7999999998137350

Spielen Sie doch einfach mit dem Offset-Betrag herum, je größer dieser Betrag ist, desto früher macht sich der Rechenfehler im Centbereich bemerkbar. Bei Zahlen im einstelligen Millionenbereich werden die Ergebnisse nach dem 18ten Rechenschritt im Centbereich falsch. Bei Zahlen im zweistelligen Millionenbereich werden die Ergebnisse nach dem 16ten Rechenschritt im Centbereich falsch. Rechnet man im dreistelligen Millionenbereich, sind die Ergebnisse ab dem 15ten Rechenschritt falsch. Das entspricht der obigen Aussage, dass man bei den Berechnungen pro Rechenschritt etwa eine halbe Ziffer an Genauigkeit einbüßt.